

Matemática Financeira

FN1200C



Índice

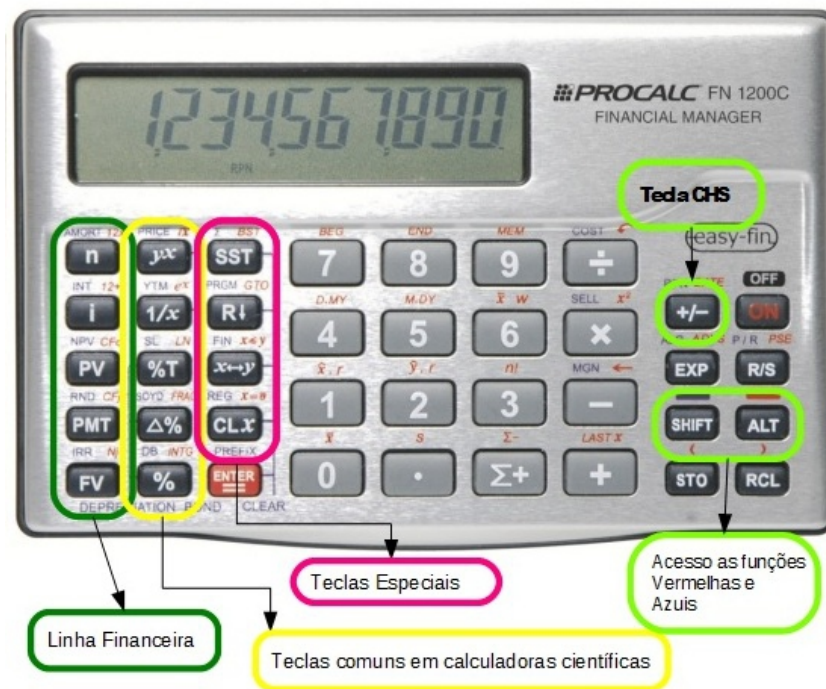
Introdução	2
Principais Funções	2
Juros	8
Capitalização Simples ou Linear	9
Capitalização Composta ou Exponencial	12
Taxas Equivalentes	16
Prestações ou rendas	19
Prestações postecipadas	19
Prestações Antecipadas	23
Coefficiente de Prestação	25
Taxa Interna de Retorno	26
Valor Presente Líquido	28
Desconto	30
Conceito de Taxas	33
- Nominal	33
- Real	36
Bibliografia	36

Introdução

A Procalc apresenta a Calculadora Financeira FN1200C RPN e Algébrico

Vamos apresentar algumas funções, modo de operar e passo a passo de exercícios e rotinas na matemática financeira.

Principais Funções:



Para Ligar a calculadora pressione a tecla **ON**. Para desligar pressione novamente a tecla **ON**.

Teclado

Pode realizar duas ou mais funções

Para usar sua função primária (teclas em branco), basta pressioná-la

Para usar a função em azul (letras menores escritas em cima na cor azul), pressione a tecla SHIFT e em seguida a função desejada.

Para usar a função em vermelho (letras menores escritas em cima na cor vermelha), pressione a tecla ALT e em seguida a função desejada.

Separar dígitos

Para que você possa utilizar sua calculadora FN1200C com vírgulas separando os números (forma que é utilizada no Brasil, com a moeda em Reais R\$). Com a máquina desligada pressione ao mesmo tempo as teclas **ON** e **.** (ponto) soltando primeiro a tecla ON e em seguida a tecla **.** (ponto). Assim ao ligar novamente no visor aparecerá 0,00.

Cálculos aritméticos simples

Para realizar os cálculos os números deverão ser informados na ordem. Introduzir o número e em seguida pressione a tecla **ENTER** em seguida o segundo número e a operação a ser realizada (+ ou – ou x ou ÷) e a resposta aparecerá no visor.

Por exemplo : $17 + 42 = 59$

Pressione : 17 **ENTER** 42 + no visor aparecerá 59

Tabular casas decimais

Para fixar o número de casas decimais pressione a tecla **SHIFT** seguida da tecla de número correspondente à quantidade desejada de casas decimais (0 a 9 casas)

Por exemplo : **SHIFT** 5 aparecerá no visor 0,00000

A medida que reduzimos o número de casas decimais, o valor que aparece no visor será automaticamente arredondado, usando a seguinte convenção:

Se o número seguinte for de 0 a 4, mantém-se . De 5 a 9, arredonda-se

Por exemplo :

$300 \div 17$

300 **ENTER** 17 ÷ \Rightarrow 17,65

Se pressionarmos **SHIFT** 3 \Rightarrow 17,647

Se pressionarmos **SHIFT** 4 \Rightarrow 17,6471

Se pressionarmos **SHIFT** 5 \Rightarrow 17,64706

Se pressionarmos **SHIFT** 6 \Rightarrow 17,647059

Se pressionarmos **SHIFT** 7 \Rightarrow 17,6470588

Se pressionarmos **SHIFT** 8 \Rightarrow 17,64705882

Se pressionarmos **SHIFT** 0 \Rightarrow 18

Qual é a resposta correta?

Todas estão corretas! O interessante será observar o número de casas decimais desejada em cada situação.

Limpar registros

A tecla **CLX** é utilizada somente para limpar o visor.

Para limpar todos os registros pressione **SHIFT** e **CLX**.

Troca de sinais

A **FN1200C** possui a tecla +/- para inversão de sinais, ou seja, troca o sinal do número que estiver no visor se positivo, em negativo e vice-versa.

Cálculos em cadeia

Toda vez que o resultado de um cálculo estiver no visor e desejar armazená-lo para efetuar outro cálculo em seguida, não será necessário pressionar **ENTER** pois o resultado será armazenado automaticamente. Isso ocorre porque a FN1200C possui quatro registradores, os quais são usados para armazenamento de números durante os cálculos. Esses registradores (conhecidos por memórias de pilha operacional) são designados por X, Y, Z e T.

Exemplo:

A) $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

	X	Y	Z	T
Digitar 1	1,			
ENTER	1,00	1,00		
Digitar 2	2	1,00		
ENTER	2,00	2,00	1,00	
Digitar 3	3,00	2,00	1,00	
ENTER	3,00	3,00	2,00	1,00
Digitar 4	4	3,00	2,00	1,00
+	7,00	2,00	1,0	
+	9,00	1,00		
+	10,00	1,00		

$$\left\{ \frac{18}{24 - (15 + 3)} \right\} = 3,00$$

18 ENTER → 18,00

24 ENTER → 24,00

15 ENTER → 15,00

3 + → 18,00

- → 6,00

÷ → 3,00

Obs. A regra matemática diz que devemos resolver primeiro a multiplicação e divisão, depois a soma e subtração, respeitando parênteses, colchetes e chaves.

Funções de porcentagem

A) Para calcular o valor correspondente à porcentagem de um número, introduza a base, pressione **ENTER**, introduza a porcentagem e pressione %.

Ex. 15% de 250

250 **ENTER** 15 % → 37,50

B) Para calcular a variação percentual entre dois números, introduza como base, o valor mais antigo da operação, seguido da tecla **ENTER**, introduza segundo número e pressione $\Delta\%$

Ex.

No pregão de ontem as ações da Cia XPTO S/A subiram de R\$ 5,38 para R\$ 5,97. Qual foi a variação percentual?

5,38 **ENTER** 5,97 $\Delta\%$ → 10,97

C) Para calcular a porcentagem de um valor em relação a um total, introduza o valor correspondente ao total, digite o valor da porcentagem e pressione %T.

Ex. No mês passado as despesas de uma papelaria foram assim distribuídas:

– Salários e encargos	R\$ 35.000,00
– Conservação e manutenção	R\$ 5.000,00
– Utilidades (luz, água, telefone)	R\$ 7.000,00
– Gerais e diversos	R\$ 3.000,00
Total das despesas	R\$ 50.000,00

Qual o percentual que os salários e encargos representam do total das despesas da fábrica ?

50.000,00 **ENTER** 35.000,00 %T = 70%

Funções de calendário

Para encontrar datas futuras e o dia da semana correspondente, pressione inicialmente a tecla ALT e D.MY (que representam as iniciais, em inglês, de dia, mês e ano) você fixará esta informação em sua calculadora. Portanto não será necessário repeti-la a cada operação.

A) Data futura

Para utilizar o calendário, introduza a data conhecida, separando o dia e o mês pela tecla . (ponto), e pressione a tecla **ENTER**. Digite o número de dias correspondente ao intervalo de tempo e pressione a tecla ALT DATE. Você calculará uma nova data.

Ex. Qual a data de vencimento de uma compra feita no dia 25/03/2014 para pagamento em 45 dias?

25.032014 **ENTER** 45 ALT DATE → 9.05.2014 5

Vencimento em 09/05/2014. Observe no visor, um número que aparece à direita do resultado. Ele representa o dia da semana em que esta data ocorrerá. Neste exemplo, sexta-feira, conforme o

quadro seguinte:

Dias Da Semana

1 – Segunda-feira	5 – Sexta-Feira
2 – Terça-Feira	6 – Sábado
3 – Quarta-feira	7 – Domingo
4 – Quinta-feira	

B) Data passada

No exemplo anterior vimos que o vencimento foi dia 09/05/2014. se a compra foi feita para pagamento em 45 dias, qual a data da compra ?

09.052014 ENTER 45 +/- alt DATE → 25.03.2014 2

A data da compra foi 25/03/2014, terça-feira.

Ao utilizar o +/- indicamos que foi uma data passada.

C) Variação de Dias entre Datas

Para calcular o número de dias existentes entre duas datas, introduza a data mais antiga e pressione ENTER , em seguida introduza a data mais recente e pressione as teclas ALT ΔDYS.

Ex. Calcule o número de dias decorridos entre as datas 01/03/2014 e 31/10/2014

01.032014 ENTER 31.102014 ALT ΔDYS → 244

A resposta é 244 dias entre as duas datas.

Usando a memória – Armazenando e Recuperando Valores

A FN1200C possui 20 memórias para armazenamento de valores, que vão de 0 a 9 e de . 0 a . 9

Para armazenar um valor, deve-se digitá-lo e em seguida pressionar a tecla STO seguido do número da memória desejada

Para recuperar a informação contida na memória é necessário pressionar a tecla RCL seguida do número da memória.

Ex. Armazenar o número 15 na memória 0

15 STO 0 → o número continua no visor, porém ele já está armazenado. Quando você for utilizar o número armazenado basta pressionar RCL 0, que ele retornara ao visor, podendo ser utilizado para qualquer cálculo.

Operação de Potenciação

2^3 é a mesma coisa que $2 \times 2 \times 2 = 8$

Sendo:

2 a base

3 o expoente
8 a potência

Assim, o número que se repete como fator denominado base, neste caso, é 2.
O número de vezes que a base se repete é denominado expoente, neste caso, é 3.
O resultado é denominado potência, neste exemplo é 8.

Para calcular o resultado de um número elevado a um expoente qualquer, introduza a base, em seguida, digite o expoente e pressione a tecla y^x .

Ex:

A) $8^3 = 512$

Na calculadora

8 ENTER 3 y^x → 512

Obs. quando o expoente for uma fração, será necessário, primeiro, resolver a fração depois calcular a potência.

B) $25^{30/360} = 1,31$

Na calculadora

25 ENTER 30 ENTER 360 ÷ y^x → 1,31

C) $3^{-5} = 0,0041$

Na calculadora

3 ENTER 5 +/- y^x → 0,0041

Juros

Remuneração do capital, podendo ser definido como aluguel pago pelo uso do dinheiro

Taxa de Juros

É a razão entre os juros recebidos (ou pagos) no fim de um período de tempo e o capital inicialmente empregado. A taxa de juros está sempre relacionada com uma unidade de tempo: dia, mês, ano, etc.

Ex.

Qual a taxa de juros cobrada por um empréstimo de R\$120,00 a ser resgatado por R\$ 134,40 ao final de um ano?

Capital Inicial	R\$ 120,00
Capital Final	R\$ 134,40
Juros	R\$ 14,40

$$\text{Taxa de juros} = \frac{\text{R\$ } 14,40}{\text{R\$ } 120,00} = 0,12 \times 100 = 12\%$$

As taxas de juros são apresentadas em forma percentual em jornais, revistas, etc e assim devem ser utilizadas no teclado financeiro da FN1200C. Quando forem utilizadas em fórmula (algébrica) devem ser apresentadas na forma decimal. Em resumo:

Percentual : 12% a.a	Transformação 12/100	Forma Decimal 0,12
Percentual : 0,5% a.m	Transformação 0,5/100	Forma Decimal 0,005

Capitalização Simples ou Linear

O que é ?

É aquela taxa de juros que incide somente sobre o capital inicial.

Neste regime de capitalização a taxa varia linearmente em função do tempo, ou seja, se quisermos converter a taxa mensal em anual, basta multiplicar por 12; se quisermos a taxa diária, tendo a mensal, basta dividir por 30, e assim por diante.

Calculo de juros

O valor do juros é obtido por meio da expressão:

$$J = C . i . n$$

Sendo

J = Valor dos juros

n = prazo

i = taxa de juros

C = capital, principal ou valor presente

Ex. Qual o valor dos juros correspondente a uma aplicação de R\$ 420,00, à taxa de 1,5% ao mês, por um prazo de 3 meses ?

Se $J = C . i . n$

$$J = 420,00 . 0,015 . 3$$

$$J = R\$ 18,90$$

Na calculadora FN1200C

$$420 \text{ ENTER } 0,015 \times 3 \times \rightarrow 18,90$$

obs. a taxa (i) usamos na forma decimal

Cálculo do Capital

Qual o capital que, à taxa de 1,5% ao mês rende juros de R\$ 18,90 em 3 meses

Se $J = C . i . n$

$$\text{Então : } C = \frac{J}{i . n} \quad \text{Logo : } C = \frac{18,90}{0,15.3} \quad C = R\$420,00$$

Na FN1200 C

$$18,90 \text{ ENTER } 0,015 \text{ ENTER } 3 \times \div \rightarrow 420,00$$

Cálculo da Taxa

O Sr. José Silva aplicou R\$ 420,00 por um prazo de 3 meses e obteve um rendimento de R\$ 18,90. Qual a taxa de juros mensal correspondente a essa aplicação?

Se $J = C \cdot i \cdot n$

$$\text{Então : } i = \frac{J}{C \cdot n} \quad \text{Logo : } i = \frac{18,90}{420,00 \cdot 3} \quad i = 0,015 \text{ ou } 1,5\% \text{ a.m}$$

Na FN1200 C

$$18,90 \text{ ENTER } 420,00 \text{ ENTER } 3 \times \div \rightarrow 0,015 \quad 100 \times \rightarrow 1,5\%$$

Ao multiplicarmos por 100 encontramos o resultado em percentual

Cálculo de Prazo

Sabendo-se que os juros de R\$ 18,90 foram obtidos de uma aplicação de R\$420,00, à taxa de 1,5% ao mês, calcule o prazo desta aplicação

Se $J = C \cdot i \cdot n$

$$\text{Então : } n = \frac{J}{C \cdot i} \quad \text{Logo : } n = \frac{18,90}{420,00 \cdot 0,015} \quad n = 3 \text{ meses}$$

Na FN1200 C

$$18,90 \text{ ENTER } 420,00 \text{ ENTER } 0,015 \times \div \rightarrow 3$$

Montante

Montante ou valor futuro é a soma do capital inicial mais os juros referentes ao período da aplicação : $M = C + J$

Para entender a fórmula do montante é necessário que você retome a fórmula dos juros

$J = C \cdot i \cdot n$

Vamos fazer o passo a passo utilizando o seguinte exemplo:

$$C = 420,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = 1,5\% \text{ a.m}$$

$$J = \text{R\$ } 18,90$$

$$M = C + J \quad \longrightarrow \quad M = 420 + 18,90 = 438,90$$

→ No próximo passo vamos substituir o J pela fórmula de Juros $J = C \cdot i \cdot n$
 $M = C + (C \cdot i \cdot n) \longrightarrow M = 420 + (420 \cdot 0,015 \cdot 3) = 438,90$
 → Existem 2 termos iguais (C), vamos colocar um (C) em evidencia:
 $M = C (1 + i \cdot n) \longrightarrow M = 420,00 \cdot (1 + 0,015 \cdot 3) = 438,90$

$$M = C (1 + i \cdot n)$$

Esta é a fórmula do Montante ou valor futuro

para que nos habituemos com a linguagem da calculadora financeira, vamos chamar o M de **FV (valor futuro)** e o C de **PV (valor presente)**. Assim, se substituímos as letras, a equação ficará:

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n)$$

Veja o exemplo

Sr. João aplicou R\$500,00 a juros de 1,80% a.m., com vencimento para daqui a 5 meses. Qual o montante a ser recebido pelo Sr. Anselmo?

PV = R\$ 500,00
 i = 1,8% a.m.
 5 meses
 FV = ?

Fórmula

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$FV = 500 \times (1 + 0,018 \times 5)$$

$$FV = R\$ 545,00$$

Na FN1200C

500 **ENTER** 1 **ENTER** 0,018 **ENTER** 5 **x + x** → 545,00

Valor Presente

Valor presente ou atual é o valor do capital que, aplicado a uma determinada taxa e a um determinado prazo, gera um montante

$$\text{Se } FV = PV \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$\text{Então } PV = \frac{FV}{(1 + i \cdot n)}$$

Quanto o Sr. João precisará aplicar hoje para resgatar R\$ 545,00, daqui a 5 meses, à taxa de 1,80% a.m?

PV = ?

5 meses

FV = R\$ 545,00

i = 1,80% a.m.

Fórmula :

$$PV = \frac{FV}{(1 + i.n)} = \frac{545,00}{(1 + 0,018 . 5)} = 500,00$$

Na FN1200C

545 ENTER 1 ENTER 0,018 ENTER 5 X + ÷ → 500,00

Até agora o prazo estava compatível com a taxa, ou seja, na mesma unidade de tempo. Quando não estiver, teremos de fazer o devido ajuste.

Ex.

tenho uma taxa de 5% ao mês para um prazo de 37 dias.

Logo $\frac{5 \times 37}{30} \rightarrow 6,17\% \text{ a.p}$

Em juros simples é desta maneira que a taxa é alterada.

Capitalização composta ou Exponencial

No regime de capitalização composta, diferente do que vimos até agora, **a taxa de juros incide sempre sobre o capita inicial, acrescido dos juros acumulados até o período anterior.**

Montante

Quando desenvolvemos o raciocínio da capitalização simples, chegamos a seguinte fórmula algébrica:

$$FV = PV (1 + i.n)$$

Com os dados seguintes, vamos desenvolver o calculo (período a período), para encontramos o montante.

PV = 1.000,00

n = 3 meses

i = 5% a.m (para usar na fórmula é necessário dividir a taxa por 10)

Mês 1 – o capital é R\$ 1.000,00
 $FV = 1.000,00 \times (1 + 0,05 \times 1) = 1.050,00$

Mês 2 – o capital agora é R\$ 1.050,00
 $FV = 1.050,00 \times (1 + 0,05 \times 1) = 1.102,50$

Mês 3 – o capital nesse instante é R\$ 1.102,50
 $FV = 1.102,50 \times (1 + 0,05 \times 1) = 1.157,63$

Isso significa

$$FV = PV \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i)$$

$$FV = PV \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,05)$$

Daí teremos:

$$FV = 1000,00 (1 + 0,05)^3 = R\$ 1.157,63$$

Na FN1200C

$$1000 \text{ ENTER } 1 \text{ ENTER } 0,05 + 3 \quad y^x \quad x \rightarrow 1.157,63$$

E assim chegamos na fórmula geral: $FV = PV (1+i)^n$

$(1+i)^n$ é chamado de fator de **Acumulação de Capital (FAC)** ou Fator de Capitalização para pagamento único.

Ex. Qual o valor de resgate (FV) de uma aplicação de R\$ 1.500,00, ao final de 7 meses, sabendo que a taxa é de 3,2% a.m?

Utilizando a fórmula $FV = PV (1+i)^n$, teremos:

$$FV = 1500 \times (1 + 0,032)^7$$
$$FV = 1.870,03$$

Na FN1200C

$$1500 \text{ ENTER } 1 \text{ ENTER } 0,032 + 7 \quad y^x \quad x = 1870,03$$

Cálculo do Valor Presente

$$\text{Se : } FV = PV (1+i)^n$$

$$\text{Então: } PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Exemplo :

Quanto o Sr. Márcio deverá aplicar hoje, para obter R\$ 1.157,63 , daqui a 3 meses, à taxa de 5% a.m?

$$PV = \frac{1157,63}{(1+0,05)^3} = 1.000,00$$

Na FN1200C

1157,63 ENTER 1 ENTER 0,05 + 3 y^x ÷ → 1.000,00

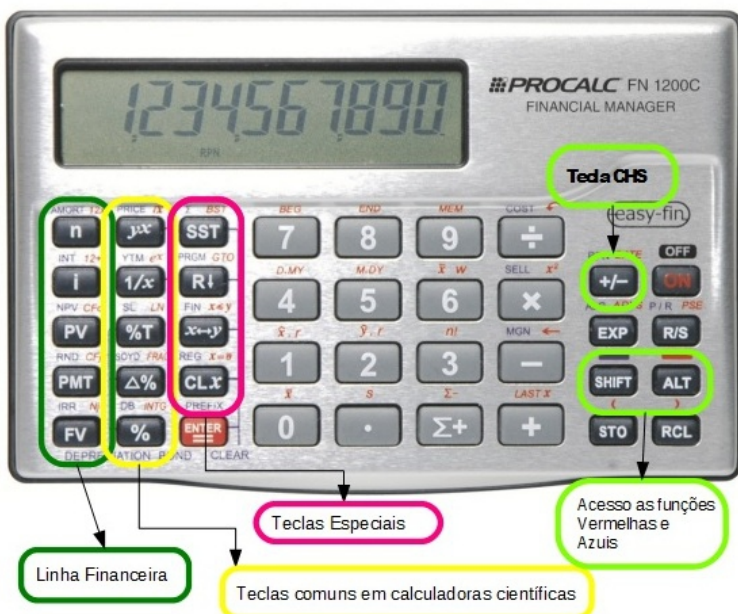
Até agora, resolvemos os exercícios pela forma algébrica. Vamos agora começar a trabalhar também com o fluxo de caixa (gráfico) e usar as teclas financeiras da calculadora

Fluxo de caixa:

Tem por objetivo facilitar a visualização da operação proposta. Sua elaboração se dá por uma linha horizontal, que é chamada linha do tempo, que pode ser expressa em dias, meses, anos, etc

Conhecendo o teclado de sua calculadora financeira FN1200C

Os cálculos financeiros podem, também ser resolvidos pelo teclado localizado na primeira coluna do lado esquerdo de sua calculadora.



Teclas

n = prazo

i = taxa (representada na forma percentual)

PV = valor presente atual

PMT = valor das prestações e pagamentos

FV = Valor futuro

Observação:

– as teclas financeiras, quando usadas, não exigem determinada ordem. Isto significa que poderemos iniciar a resolução utilizando qualquer uma das teclas, bastando informar os dados da

questão nas teclas correspondentes e, em seguida, acionar a tecla que você procura como resposta.

– prazo e taxa devem ser informados na mesma unidade de tempo

– são necessários no mínimo, três dados ou informações, para que seja dada a resposta de cálculo.

– a taxa de juros deve ser indicada na forma de percentual (%)

Exemplo 1

Fluxo de Caixa

PV 2500,00

$i = 1,09\% \text{ a.m}$

$n = 2 \text{ meses}$

Qual o valor futuro?

Usando o teclado financeiro

ALT CLX

2500,00 + / - PV

1,09 i

2 n

FV → R\$ 2.554,80

Obs.

A FN1200C trabalha com o conceito de fluxo de caixa (entradas e saídas de dinheiro). Portanto, toda vez que fizer uso das teclas financeiras para resolver problemas financeiros, um dos valores (PV ou FV) será inserido com um número negativo.

Exemplo 2

FV = 5000,00

$i = 1,02\% \text{ a.m}$

$n = 6 \text{ meses}$

Qual o valor presente?

Usando o teclado financeiro

5000 +/- FV

1,02 i

6 n

PV → R\$ 4704,63

IMPORTANTE

Em juros compostos não podemos mais dividir ou multiplicar a taxa de juros, pois são taxas compostas. Logo veremos como alterar uma taxa composta.

Taxas equivalentes

Dizemos que duas taxas são equivalentes se, considerados o mesmo prazo da aplicação e o mesmo capital, produzirem o mesmo montante.

Fórmula genérica

$$iq = [1 + it^{q/t} - 1] \times 100$$

Em que :

iq = Taxa para o prazo que eu quero

} **Lembre-se:** como vamos trabalhar com uma fórmula algébrica, a taxa deve estar na forma decimal

it = Taxa para o prazo que eu tenho

q = prazo que eu quero

} Os prazos serão informados em números de dias, meses, anos, etc

t = Prazo que eu tenho

Ex 1:

Tenho a taxa de 26,8242% a.a (360 dias) e **quero** uma taxa mensal (30 dias)

Vamos transportar os dados para a fórmula

$$i_m = [(1 + 0,268242^{30/360}) - 1] \cdot 100 \text{ ou } i_m = [(1 + 0,268242^{1/12}) - 1] \cdot 100$$

Na FN1200C

1 ENTER
0,268242 +
30 ENTER
360 ÷ y^x
1 -
100 x →
2 % a.m

ou

1 ENTER
0,268242 +
1 ENTER
12 ÷ y^x
1 -
100 x →
2 % a.m

Ex 2 :

Temos a taxa de 2% a.m e queremos a taxa equivalente para 35 dias

Vamos montar a fórmula:

$$i_{35d} = [(1 + 0,02)^{35/30} - 1] \cdot 100$$

Na FN1200C

1 ENTER 0,02 + 35 ENTER 30 ÷ y^x 1 - 100 x → 2,3372% a.p

Obs.: neste caso, um dos períodos é de 35 dias, não correspondendo a mês cheio, portanto temos de trabalhar, necessariamente, com quantidade de dias

Para que sua FN1200C funcione de maneira correta, quando o prazo (n) não for inteiro, é necessário que ela esteja ajustada para a conversão exponencial (juros compostos), isso quer dizer que precisa constar no visor da letra "c". Caso ela não esteja ajustada, pressione as teclas STO EXP sequencialmente. Quando a letra "c" não aparece no visor, a FN1200C não capitaliza prazos fracionários.

A empresa YZ Ltda. solicita um empréstimo no valor de R\$ 12.500,00 pelo prazo de 33 dias, a uma taxa de 89,5976% ao ano. Qual o valor a ser pago?

Fórmula Algébrica:

$$FV = PV \cdot (1+i)^n$$
$$FV = 12.500,00 \cdot (1+0,895976)^{33/360}$$
$$FV = 13.254,95$$

Na FN1200C

SHIFT CLX

12.500,00 +/- PV

89,5976 i

33 **ENTER**

360 ÷ n

FV →

13.254,95

Vamos conhecer um empréstimo com pagamento intermediário utilizando também taxas equivalentes

Ex.

Determinada empresa faz um empréstimo no valor de R\$ 16.800,00 pelo prazo de 31 dias, a uma taxa de 5% a.m. Se, 15 dias depois, ela fizer um pagamento de R\$8.500,00, de quanto será a dívida no vencimento?

PV = 16800,00

n = 15 dias

FV ?

31 dias

FV ?

I = 5% a.m

1º passo : Calcular o montante da dívida FV até 15º dia:

Na FN1200C ou pela fórmula

SHIFT CLX		$FV = 16.800,00 \cdot (1+0,05)^{15/30}$
16800,00 +/- PV		FV = 17.214,88
5 i		
15 ENTER		
30 ÷ n		
FV →	17.214,88	

O montante (saldo devedor) no 15º dia é de R\$ 17.214,88; deste valor devemos deduzir o pagamento efetuado neste dia (R\$8500,00). O que sobra é o saldo devedor remanescente, que será atualizado e pago no próximo período; no nosso exemplo será no 31º dia (ou seja, 16 dias depois). Portanto, quando existirem várias amortizações parciais, será necessário que, a cada pagamento, primeiro seja calculado o saldo devedor até aquele dia para depois abater o valor pago.

Voltemos ao exemplo:

Saldo devedor no 15º dia → R\$ 17.214,88

Pagamento no 15º dia → R\$ 8.500,00

Saldo devedor remanescente → R\$ 8.714,88, que será o valor presente (PV) do próximo período.

2º passo: Calcular o montante (FV) no 31º dia

Na FN1200C ou pela fórmula

SHIFT CLX		$FV = 8.714,88 \cdot (1+0,05)^{16/30}$
8.714,88 +/- PV		FV = 8.944,63
5 i		
16 ENTER		
30 ÷ n		
FV →	8.944,63	

Resp. : No recebimento do empréstimo a dívida será de R\$ 8.944,63

Prestações / Rendas

Veremos agora o funcionamento da tecla financeira **PMT**

Conceito

A série de pagamentos nada mais é do que uma sucessão de capitais exigíveis periodicamente, seja para amortizar uma dívida, seja para formar um fundo de reserva.

As séries de pagamentos podem ser:

- Constantes: se os valores forem iguais
- Periódicas: se todos os períodos forem iguais.

Os pagamentos ou recebimentos podem ser:

- Postecipados: se os valores são exigíveis no final do primeiro período
- Antecipados: se os valores são exigíveis no início do período

Uma série uniforme caracteriza-se por uma sucessão de capitais iguais (pagamentos ou recebimentos)

Prestações Postecipadas

(Montante de renda)

Para encontrarmos o valor futuro de uma série de pagamentos ou recebimentos iguais, de forma composta, observaremos o exemplo abaixo:

o Sr. Pedro deposita R\$ 1.000,00, mensalmente, em um fundo investimento, durante 4 meses, à taxa de 5% ao mês. Qual o montante a ser recebido pelo sr. Pedro?

	R\$ 1000,00 Mês 1	R\$ 1000,00 Mês 2	R\$ 1000,00 Mês 3	R\$ 1000,00 Mês 4
0	$1000,00 \times (1 + 0,05) =$	1050,00		
		$2050,00 \times (1 + 0,05)$	2152,50	
			$3152,50 \times (1 + 0,05) =$	3310,13
				4310,13

Comentário

Sobre o 1º depósito de R\$ 1.000,00 são calculados juros do 1º mês, soma-se o 2º depósito e calcula-se mais um mês de juros, e assim sucessivamente até o último depósito, que simplesmente será somado. Sobre este último não haverá juros, pois o montante é calculado exatamente nesta data.

Observe a sequência de cálculos:

Fórmula → $FV = PV (1+i)^n$ o n neste caso será 1, pois estamos calculando mês a mês

1º mês → $FV = 1000,00 (1 + 0,05) = 1050,00$

Depósito da 2ª parcela = $\frac{1000,00}{2050,00}$

2º mês → $FV = 2050,00 (1 + 0,05) = 2152,50$

Depósito da 3ª parcela = $\frac{1000,00}{3152,50}$

3º mês → $FV = 3152,50 (1 + 0,05) = 3310,13$

Depósito da 4ª parcela = $\frac{1000,00}{4310,13}$

O cálculo foi feito mês a mês apenas para entendimento, pois existe a fórmula específica para se chegar ao montante de uma série de parcelas iguais, que é a seguinte:

$$FV = PMT \cdot \left\{ \frac{[(1+i)^n - 1]}{i} \right\}$$

$$FV = \left\{ \frac{[(1+0,04)^4 - 1]}{0,05} \right\}$$

FV = R\$ 4.310,13

Na FN1200C

1000 ENTER

1 ENTER

0,05 +

4 y^x

1 -

0,05 ÷

x → 4310,13

Usando as teclas da FN1200C, o calculo ficará ainda mais fácil

PMT = Valor das Prestações

Teclado FN1200C

1000 +/- PMT

4 n

5 i

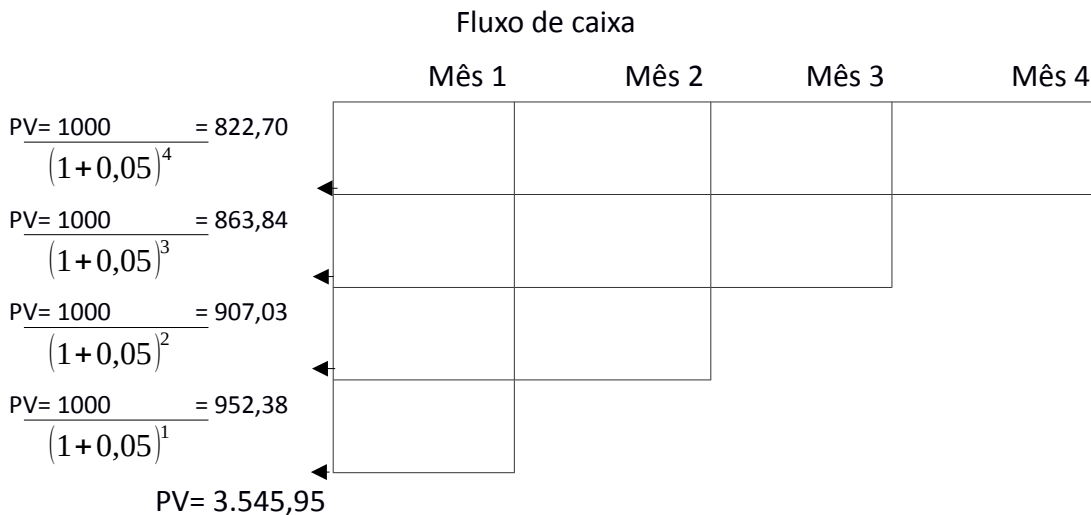
FV → 4310,13

Valor presente de uma renda

O objetivo é trazer todos os pagamentos ou prestações para o momento inicial

Ex.

Quanto o Sr. Pedro precisará aplicar hoje, para que receba mensalmente R\$ 1.000,00 durante 4 meses, à taxa de 5% ao mês?



Note que calcular o valor presente significa extrair da prestação a taxa de juros nela embutida. Quando falamos em prestações, devemos lembrar que cada uma vence em período diferente. Portanto, os juros embutidos são diferentes em cada período. Para efetuarmos os cálculos demonstrados no gráfico, aplicamos a fórmula: $PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$ a cada parcela, conforme abaixo:

$$PV = \frac{1000}{(1+0,05)} + \frac{1000}{(1+0,05)^2} + \frac{1000}{(1+0,05)^3} + \frac{1000}{(1+0,05)^4}$$

$$PV = 952,38 + 907,03 + 863,84 + 822,70$$

$$PV = 3.545,95$$

Da mesma forma, como no cálculo do montante, o cálculo do valor presente pode ser feito com a fórmula abaixo ou pelas funções financeiras da FN1200C

Fórmula :

$$PV = PMT \left\{ \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i} \right\}$$

$$PV = 1000,00 \cdot \frac{[1 - (1+0,05)^{-4}]}{0,05}$$

$$PV = 3.545,95$$

Na FN1200C
 1000 ENTER
 1 ENTER
 1 ENTER
 0,05 +
 4 CHS
 y^x
 -
 0,05 ÷
 X → 3545,95

Teclado Financeiro :

1000 +/- PMT
 4 n
 5 i
 PV → R\$ 3.545,95

Valor da Prestação ou Renda

O Sr. Pedro efetuou um empréstimo no valor de R\$ 3.545,95, para pagamento em 4 vezes, a uma taxa de juros de 5% a.m. Qual o valor das prestações?

$$PV = 3545,95$$

$$i = 5\% \text{ a.m}$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

Fórmula

$$PMT = PV \left\{ \frac{i}{[1 - (1+i)^{-n}]} \right\}$$

$$PMT = 3545,95 \left\{ \frac{0,05}{[1 - (1+0,05)^{-4}]} \right\}$$

$$PMT = 1000,00$$

Na FN1200C
0,05 ENTER
1 ENTER
1 ENTER
0,05 +
4 +/- y^x
- ÷
3545,95 x → 1000,00

ou no teclado financeiro
3545,95 +/- PV
4 n
5 i
PMT → 1000,00

Prestações Antecipadas (valor da prestação ou renda)

As prestações são ditas antecipadas quando o primeiro pagamento é efetuado no ato do financiamento, considerando-se como entrada.

Ex.

Dona maria fez um financiamento de R\$ 5000,00 por 12 meses, à taxa de 1,5% ao mês. Qual o valor das prestações, considerando-se que a primeira foi paga antecipadamente?

Fluxo de Caixa

PV = 5000,00
i = 1,5% a.m
n = 12
PMT = ?

Considerações importantes:

*Antes de utilizar as teclas financeiras, verificar se a sua máquina contém no visor: Begin.
Caso não tenha, digite ALT 7(begin)*

O que significa?

Begin significa início do período, ou seja, quando a prestação é antecipada, ela é paga no início do período.

Utilizando este recurso, você não precisa descontar a parcela de entrada, porém precisará informar a quantidade de parcelas, incluindo a entrada. Vale lembrar que as teclas ALT BEG devem ser utilizadas somente em caso de prestações iguais, quando a parcela de entrada for igual as demais.

Sua máquina, então, estará programada para cálculos com prestações antecipadas, e esta informação estará no visor, não sendo necessário repetir o comando a cada cálculo. Quando as prestações forem postecipadas, retirar este recurso do visor, com o comando ALT 8 (end).

Podemos agora usar o teclado financeiro, para resolver o exemplo anterior.

Teclado financeiro

ALT 7
5000 +/- PV
12 n
1,5 i
PMT → R\$ 451,63

Ps. A maioria das operações financeiras são postecipadas (empréstimos, financiamentos, etc), tenha o hábito de tirar o “begin” do visor, após o uso.

Para entender melhor o conceito da prestação antecipada, veja o seguinte exemplo :

Uma calculadora FN1200C estava custando 145,45 à vista ou em três pagamentos de R\$ 54,07. Considerando-se que o primeiro pagamento é no ato da compra, qual é a taxa de juros mensal cobrada pela loja?

PV= 145,45
PMT = 54,07
n= 2
i= ?

Se a parcela foi paga no ato, podemos entender que a loja não financiou o valor total, e sim o valor R\$ 145,45, menos a entrada R\$ 54,07, portanto o valor 91,38. é somente sobre o valor financiado que incidem os juros.

Vamos alimentar a FN1200C (sem begin)

ou

utilizando a função “Begin”

91,38 +/- PV
2 n
54,07 PMT
i → 12%

ALT 7 (beg)
145,45 +/- PV
3 n
54,07 PMT
i → 12%

Como as parcelas são mensais, a taxa é de 12% ao mês.

Coeficiente de Prestações

Com o conceito de valor presente para rendas de termos constantes ou anuidades, pode-se determinar o valor de uma prestação por meio de uma construção de coeficientes de financiamento.

ex.

taxa mensal 5% (*i*)

Prazo 4 meses (*n*)

Cálculo do coeficiente

$$CF = \left\{ \frac{i}{[1 - (1+i)^{-n}]} \right\}$$

$$CF = \left\{ \frac{0,05}{[1 - (1+0,05)^{-4}]} \right\} = 0,282012$$

Na FN1200C

0,05 ENTER

1 ENTER

1 ENTER

0,05 +

4 +/- y^x

-

÷ → 0,282012

TECLADO FINANCEIRO

1 +/- PV

5 i

4 n

PMT → 0,282012

Taxa Interna de retorno (TIR)

TIR é a taxa que mede o retorno do investimento

Como ?

Retornando todas as parcelas (entradas e saídas) de um fluxo de caixa para o “momento zero” (hoje) e igualando ao valor presente.

A equação que nos dá a taxa interna de retorno é a seguinte:

$$CF_0 = \frac{Fc_1}{(1+i)} + \frac{Fc_2}{(1+i)^2} + \frac{Fc_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{Fc_n}{(1+i)^n}$$

A solução algébrica desse tipo de cálculo é bastante trabalhosa. Perceba que a solução da incógnita (i) só será possível por tentativa e erro. Faríamos a substituição dos termos e por meio de tentativas iríamos nos aproximando da taxa (i).

Portanto, demonstraremos a resolução de forma mais objetiva, utilizando as funções financeiras da FN1200C .

Vamos ver o fluxo de caixa para cada situação abaixo:

Um investidor recebeu uma proposta para entrar como sócio numa empresa que fez a seguinte previsão de lucro:

1º mês – R\$ 5700,00

2º mês – R\$ 6300,00

3º mês – R\$ 7200,00

4º mês – R\$ 7200,00

Sabendo-se que o capital inicial investido por ele seria de R\$ 20.000,00, calcule a taxa interna de retorno desse investimento.

Inserindo os dados na FN1200C

SHIFT CLX

20000,00 +/- ALT CFO (armazena o capital investido com sinal negativo, pois é um desembolso para o investidor)

5700,00 ALT CFj (valor da parcela – entrada de caixa)

6300,00 ALT CFj (valor da parcela – entrada de caixa)

7200,00 ALT CFj (valor da parcela – entrada de caixa)

2 ALT Nj (número de vezes que a parcela anterior ocorre)

SHIFT IRR (nos traz a taxa interna de retorno)

→ 11,57% a.m.

A taxa encontrada foi mensal pois informamos os valores das parcelas em períodos mensais.

Para avaliação de fluxos de caixa, foram usadas as funções a seguir:

CFo Significa fluxo de caixa do momento zero
CFj Fluxo de caixa dos períodos seguintes
Nj repete fluxos iguais e consecutivos
IRR taxa interna de retorno ou TIR
NPV valor presente líquido

Observar as funções de cada tecla, as de cor vermelho devem ser precedidas de ALT e as de cor azul de SHIFT .

Para zerar as memórias do fluxo de caixa sempre antes de iniciar os cálculos usar as teclas SHIFT CLX

A Taxa interna de retorno é muito utilizada para avaliação de viabilidade de projetos, daí o nome de Taxa Interna de Retorno, porém é pelo mesmo critério que se calcula a taxa de juros quando temos um fluxo irregular, ou seja, parcelas desiguais ou períodos desiguais, quando não podemos mais usar as funções financeiras normais (PV, PMT, FV, i e n)

Vamos calcular a taxa de juros de um empréstimo no valor de R\$ 20.000,00, que será pago em 4 parcelas trimestrais nas seguintes condições:

1º trimestre: R\$ 8.000,00
2º trimestre: R\$ 5.000,00
3º trimestre: R\$ 5.000,00
4º trimestre: R\$ 6.000,00
Digitando na FN1200C

SHIFT CLX

20000 +/- ALT CFo
8000 ALT CFj
5000 ALT Cfj
2 ALT Nj
6000 ALT CFj
SHIFT IRR → 8,1745% A.T

Resp.: A taxa de juros cobrada no empréstimo é de 8,17% ao trimestre

Para que você obtenha a taxa **mensal**, é necessário informar as entradas e saídas **mensais**. Os períodos que não têm entrada deverão ser alimentados com zero. Veja a seguir, utilizando os mesmos dados do exemplo anterior.

	SHIFT	CLX	
20000	+/-	ALT	Cfo
0			ALT CFj
2		ALT	Nj
8000		ALT	CFj
0		ALT	CFj
2		ALT	Nj
5000		ALT	Cfj
0		ALT	CFj
2		ALT	Nj
5000		ALT	Cfj
0		ALT	CFj
2		ALT	Cfj
6000		ALT	CFj
	SHIFT	IRR	→ 2,65% a.m

Valor presente líquido

O valor presente líquido (VPL) é uma técnica de análise de fluxos de caixas que consiste em calcular o valor presente de uma série de pagamentos (ou recebimentos) iguais ou diferentes, a uma taxa conhecida.

O critério deste método estabelece que, enquanto o valor presente das entradas for maior que o valor presente das saídas, o projeto deve ser recomendado do ponto de vista econômico.

Exemplo:

Uma transportadora está analisando a compra de um caminhão no valor de R\$ 103.000,00. a utilização desse veículo nos próximos cinco anos deverá gerar receitas líquidas estimadas em R\$ 30.000,00, R\$ 35.000,00, R\$ 32.000,00, R\$ 28.000,00 e R\$ 20.000,00 respectivamente. No final do 5º ano, espera-se vender esse caminhão por R\$ 17.000,00. se a empresa espera uma taxa de retorno de 15% a.a, qual o valor presente líquido?

Fórmula:

$$VPL = \frac{Fc_1}{(1+i)} + \frac{Fc_2}{(1+i)^2} + \frac{Fc_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{F_cn}{(1+i)^n} - CF_0$$

Solução :

$$VPL = \frac{30.000,00}{(1+i)} + \frac{35.000,00}{(1,15)^2} + \frac{32.000,00}{(1+15)^3} + \frac{28.000,00}{(1+15)^4} + \frac{37.000,00}{(1+15)^5} - 103.000,00$$

$$VPL = 26.086,95 + 26465,03 + 21040,52 + 16009,09 + 18395,54 - 103.000,00$$

$$VPL = 107.997,13 - 103.000,00 = 4997,13$$

Solução na FN1200C

```

103.000,00 CHS ALT CFo
30.000,00     ALT CFj
35.000,00     ALT CFj
32.000,00     ALT CFj
28.000,00     ALT CFj
37.000,00     ALT CFj
15           i
            SHIFT NPV → R$ 4.997,13
  
```

Para cálculo do Valor Presente Líquido deve ser respeitado o sinal de números, negativos para saídas e positivos para entradas. Isto é necessário para interpretar o resultado, pois ele poderá ser positivo ou negativo. O resultado será sempre em valor monetário.

Com o valor presente líquido é positivo, a taxa efetiva de retorno é superior à taxa mínima de 15% a.a., portanto o investimento é viável.

Da mesma forma a Taxa Interna de Retorno, o recurso do Valor Presente Líquido, além de avaliar projetos, tem outras utilidades. Acompanhe o exemplo a seguir:

Retornando ao fluxo do empréstimo utilizado para cálculo da Taxa Interna de retorno, vamos agora calcular o valor presente (valor do empréstimo com base na taxa de juros encontrada que foi 8,1745% ao trimestre).

Digitando na FN1200C

```

            SHIFT CLX
8.000,00   ALT CFj
5.000,00   ALT CFj
2          ALT Nj
6.000,00   ALT CFj
8,1745     i
            SHIFT NPV → R$ 20.000,00
  
```

Desconto

É a parcela que o Banco cobra por descontar (antecipar recursos), para os clientes que possuem duplicatas ou títulos a receber.

A operação de desconto é realizada quando se conhece o valor futuro de um título (o valor do título no seu vencimento) e se quer determinar o seu valor presente (querer saber quanto esse título vale hoje).

Cálculo para se obter o valor do desconto :

$$D = FV \cdot \frac{d}{30} \cdot n$$

Em que:

D= valor monetário do desconto

FV= valor do título no seu Vencimento

d= Taxa de desconto (será dividido por 30, pois o Banco divulga a taxa mensal)

n= Prazo (número de dias corridos entre a data da operação e do vencimento da duplicata).

Exemplo:

Um cliente quer saber quanto será descontado de uma duplicata no valor R\$ 30.000,00 (FV) apresentada ao Banco hoje, com vencimento para 25 dias (n). A taxa de desconto (d) é de 3,80% a.m

$$D = R\$ 30.000,00 \cdot \frac{0,380}{30} \cdot 25$$

Na FN1200C

30.000,00 ENTER

0,0380 ENTER

30 ÷

25 x

x → 950,00

Obs. Nesta fórmula, a taxa (d), tem de ser apresentada na forma decimal, bastando dividir a taxa expressa por 100.

Cálculo para se obter o valor presente de um título descontado :

Numa operação de Desconto, chamamos de Valor Presente ou Valor Atual o valor que será creditado na conta do cliente.

Temos: $PV = FV - D$

Em que:

PV= Valor Presente (valor que o título assume hoje)

FV= Valor Futuro (valor do título no vencimento)

D= Valor monetário do desconto

Retomando o exemplo anterior, temos

PV 30.000,00 – 950,00

PV 29.050,00 (este é o valor creditado na conta do cliente)

Cálculo para se obter a Taxa Efetiva numa Operação de desconto:

Quando dizemos taxa efetiva, estamos nos referindo à taxa de juros de uma operação de desconto. A taxa efetiva de juros é calculada com base no valor que será creditado ao cliente (PV), enquanto a taxa de desconto é encontrada a partir do valor do título no seu vencimento (FV), portanto numa operação de desconto é sempre menor que a taxa efetiva de juros, considerando o mesmo prazo.

$$i = \frac{D}{PV} \times 100$$

Em que :

i = Taxa Efetiva de Juros

D= valor do desconto (já sabemos calcular)

PV= Valor que será creditado ao cliente

Exemplo :

Seu cliente deseja saber qual é a taxa efetiva mensal de juros que ele pagou numa operação de desconto nas seguintes condições :

Valor do título: R\$ 17.000,00

Prazo do vencimento do título: 45 dias

Taxa de desconto : 4% a.m

1º passo: encontrar o valor do desconto e quanto será creditado ao cliente:

Substituindo na fórmula do Desconto e Valor presente:

$$D = 17000,00 \cdot \frac{0,04}{30} \cdot 45 \rightarrow \text{Valor do desconto : R\$ 1020,00}$$

$$PV = 17000,00 - 1020 \rightarrow \text{Valor creditado ao cliente : R\$ 15.980,00}$$

2º passo : Encontrar a taxa efetiva de de juros do período:

Substituindo na Fórmula :

$$i = \frac{D}{PV} \times 100 \rightarrow i = \frac{1020,00}{15980,00} \times 100$$

Resp. 6,38% a.p Esta é a taxa de juros do período, mas o seu cliente quer saber a mensal. Vamos calcular a Taxa Equivalente

3º passo : Tenho a taxa efetiva de juros 6,38% para o período de 45 dias, mas quero encontrar a mensal.

Substituindo na fórmula de taxas equivalentes :

$$i_q = [(1+i t)^{q/t} - 1] \times 100 \rightarrow i_m = [(1+0,0638)^{30/45} - 1] \times 100$$

Resp. A taxa efetiva mensal nesta operação é de 4,21% a.m

Conceito de Taxa de Juros

Taxa Nominal

É a taxa que encontramos nas operações correntes. ex. Contratos de Empréstimos , Financiamentos, Aplicações Financeiras etc.

Normalmente, vem escrita em um documento como, por exemplo, um contrato ou título de crédito.

Nele há uma expectativa de inflação e ganho estimado pelo agente financeiro.

Fórmula:

$$iN = [(1 + iR) \times (1 + INFL) - 1] \times 100$$

Em que :

iN = Taxa Nominal

iR = Taxa Real

INFL = Índice de Inflação

Exemplo :

Dada uma taxa de juros real de 3,80% am. e um índice de inflação de 3,22% no mês calcule a taxa nominal

Substituindo na fórmula :

$$iN = [(1 + 0,038) \times (1 + 0,0322) - 1] \times 100$$

Na FN1200

1 ENTER

0,038 +

1 ENTER

0,0322 +

x

Taxa real

É calculada a partir da taxa nominal, descontando-se os efeitos inflacionários. O objetivo é determinar o quanto se ganhou ou perdeu, desconsiderando-se a inflação.

Fórmula:

$$IR = \left[\left(\frac{1+iN}{1+INFL} \right) \right] - 1 \times 100$$

Em que :

iR= Taxa real

iN = Taxa Nominal

INFL = Índice de Inflação

Exemplo

Considerando uma taxa nominal de 7,14% a.m e um índice de inflação de 3,22% no mês, calcule a taxa real.

Substituindo na fórmula :

$$IR = \left[\left(\frac{1+iN}{1+INFL} \right) \right] - 1 \times 100$$

Na FN1200C

1 ENTER

0,0714 +

1 ENTER

0,0322 +

÷

1 -

100 X → 3,80% a.m

Importante : Esta mesma formula será usada sempre que quisermos “tirar” uma taxa qualquer de uma taxa nominal.

Por exemplo :

Calcule a inflação contida na taxa nominal de 7,14% a.m, sabendo-se que a taxa real é de 3,80% a.m

Substituindo na fórmula

$$i = \left[\left(\frac{+0,0714}{+0,0380} \right) \right] - 1 \times 100$$

Na FN1200C
1 ENTER
0,0714 +
1 ENTER
0,0380 +
÷
1 -
100 X → 3,22% a.m

Bibliografia

1 – LAPPONI, Juan Carlos
Matemática Financeira – Uma abordagem moderna
Lapponi Editora Ltda, 2ª edição, 1994

2 – MATHIAS, Washigton Franco
Gomes, José Maria
Matemática Financeira
Editora Atlas, 1996

3 – NETO, Alexandre Assaf
Martins, eliseu
Administração Financeira
Editora Atlas, 2000

4 – SOBRINHO, José Dutra Vieira
Matemática Financeira
Ed. Atlas , 2001